

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

*Заведующий кафедрой  
теории функций и геометрии*



**Семёнов Е.М.**

*подпись, расшифровка подписи*

23.03.2025 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.17 Современный гармонический анализ и его приложения**

**1. Код и наименование направления подготовки:**

01.04.01 Математика

**2. Профиль подготовки:** Математические модели гидродинамики

**3. Квалификация выпускника:** Магистр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

0503 теории функций и геометрии

**6. Составители программы:** Семенов Евгений Михайлович, д. ф.-м. н., профессор

**7. Рекомендована:** Научно-методическим Советом математического факультета,  
протокол №0500-03 от 18.03.2025 г.

**8. Учебный год:** 2026/2027 уч. год

**Семестр(ы):** 4

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

*Целями освоения учебной дисциплины является:*

развитие и закрепление аналитических навыков работы студентов с функциями и пространствами, овладение аппаратом функционального анализа. Основное внимание уделяется таким важным в анализе системам функций, как система Радемахера и система Хаара.

*Задачи учебной дисциплины:*

- демонстрация на примерах математических понятий и методов сущности научного подхода, специфики математики, ее роли в развитии других наук;
- овладение студентами основными математическими понятиями гармонического и функционального анализа;
- выработка умений анализировать полученные результаты, решать типовые задачи, приобретение навыков работы со специальной математической литературой;
- формирование умений использовать математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Современный гармонический анализ и его приложения» относится к учебным дисциплинам обязательной части блока Б1 основной образовательной программы направления подготовки 01.04.01 Математика.

Курс «Современный гармонический анализ и его приложения» опирается на курсы: «Математический анализ», «Функциональный анализ». Он указывает на глубокие связи этих дисциплин с другими разделами математики («Алгебра», «Теория вероятностей»).

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

| Код   | Название компетенции  | Код(ы)  | Индикатор(ы)  | Планируемые результаты обучения   |
|-------|---|---------|---|---|
| ОПК-1 | Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики | ОПК-1.1 | Обладает обширным диапазоном знаний, полученным в области математических и(или) естественных наук | Знать:<br>концептуальные основы методов решения задач в предметной области; основные методы доказательства математических утверждений.<br>Уметь:<br>формулировать постановки основных задач математической физики, в том числе в пространствах Соболева, знать основные теоремы вложений; формулировать и доказывать теоремы существования, единственности, корректной постановки задач<br>Владеть:<br>теоретическими подходами к созданию математических моделей в области гидродинамики; навыками работы в информационных современных |

|  |  |         |   |  |
|--|--|---------|---|--|
|  |  |         |   | системах.  |
|  |  | ОПК-1.2 | Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты   | <p>Знать: зарубежную и отечественную литературу в области математических моделей гидродинамики, общие формы закономерности теории гидродинамики неньютоновых сред.</p> <p>Уметь: работать в информационных современных системах, с зарубежной и отечественной литературой в предметной области, интерпретировать полученные материалы.</p> <p>Владеть: источниками информации, теоретическими подходами к исследованию математических моделей.</p> |
|  |  | ОПК-1.3 | Применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе имеющихся теоретических знаний и опыта решения математических задач | <p>Знать: методы исследования задач в области гидродинамики.</p> <p>Уметь: работать с различными источниками научной информации, грамотно и правильно представлять свои результаты.</p> <p>Владеть: Методами самостоятельного обучения новым знаниям и способами их применения в области математических моделей.</p>   |

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 2/72.**

**Форма промежуточной аттестации - зачет**

**13. Трудоемкость по видам учебной работы**

| Вид учебной работы                             |              | Трудоемкость |                |            |     |
|--|--------------|--------------|----------------|------------|-----|
|  |              | Всего        | По семестрам   |            |     |
|  |              |              | № семестра - 4 | № семестра | ... |
| Аудиторные занятия                             |              | 72           | 72             |            |     |
| в том числе:                                   | лекции       |              |                |            |     |
|  | практические | 20           | 20             |            |     |
|  | лабораторные |              |                |            |     |
| Самостоятельная работа                         |              | 52           | 52             |            |     |
| Форма промежуточной аттестации<br><i>зачет</i> |              |              |                |            |     |
| Итого:   |              | 72           | 72             |            |     |

### 13.1. Содержание дисциплины

| № п/п                          | Наименование раздела дисциплины                                     | Содержание раздела дисциплины  | Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *  |
|--------------------------------|---|--|---|
| <b>1. Лекции</b>               |   |  |   |
|                                |   |  |   |
| <b>2. Практические занятия</b> |   |  |   |
|                                |   |  |   |
| 1                              | Пространства функций и последовательностей                          | Пространства $L_p$ , $l_p$ и $C_0$ . Виды сходимости, сепарабельность, подпространства   | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404</a> |
| 2                              | Системы функций   | Системы сходимости, полнота, тотальность, биортогональность, коэффициенты Фурье.   | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404</a> |
| 3                              | Базисы.   | Безусловные базисы, базисы в различных пространствах, функция Пэли.  | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404</a> |
| 4                              | Независимые системы функций   | Свойства независимых систем, система Радемахера, неравенство Хинчина.  | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404</a> |
| 5                              | Система Радемахера, ортогональность, ряды Радемахера в $L_\infty$ . | Изучаются свойства функции Радемахера в пространствах $L_p$ и $L_\infty$ . Доказывается, что любое подпространство порожденное дизъюнктивной системой функций дополняемо в $L_p$ . | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404</a> |
| 6                              | Неравенство Хинчина, $P > 2$ .                                      | Доказывается неравенство Хинчина в пространствах $L_p$ , $P > 2$ .   | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404</a> |
| 7                              | Неравенство Хинчина, $P < 2$ .                                      | Доказывается неравенство Хинчина в пространствах $L_p$ , $P < 2$ .   | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404</a> |
| 8                              | Дополняемость линейной оболочки системы Радемахера в $L_p$ .        | Доказывается, что подпространство порожденное системой Радемахера дополняемо в $L_p$ с помощью ортогонального проектора.   | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404</a> |
| 9                              | Неограниченность ортогонального проектора в $L_1$ .                 | Доказывается неограниченность ортогонального проектора в пространстве $L_1$ .  | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404</a> |
| 10                             | Обобщение неравенства Хинчина на пространства Орлича.               | Доказывается аналог неравенства Хинчина в пространствах Орлича.  | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404</a> |
| 11                             | Диадические интервалы, определение системы Хаара, ортогональность.  | Доказываются основные свойства системы Хаара.  | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404</a> |
| 12                             | Ядро Дирихле системы Хаара.   | Вычисляется ядро Дирихле системы Хаара.  | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404</a> |

|    |  |   |   |
|----|--|---|---|
|    |  |   | php?id=6404   |
| 13 | Сходимость частичных сумм в $C$ .                      | Доказывается теорема о сходимости рядов Хаара в пространстве $C$ .                                    | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404</a> |
| 14 | Модули непрерывности.                                  | Доказываются основные свойства модулей непрерывности функций.   | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404</a> |
| 15 | Оценки скорости сходимости через модуль непрерывности. | Доказывается двухсторонняя оценка скорости сходимости рядов Хаара через модуль непрерывности функции. | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404</a> |

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

| №<br>п/<br>п | Наименование темы<br>(раздела)<br>дисциплины   | Виды занятий (количество часов) |              |              |                        |       |
|--------------|--|---------------------------------|--------------|--------------|------------------------|-------|
|              |  | Лекции                          | Практические | Лабораторные | Самостоятельная работа | Всего |
| 1            | Пространства функций и последовательностей. Системы функций. Базисы. Система Радемахера. |                                 | 12           |              | 40                     | 52    |
| 2            | Ряды Хаара. Неравенство Хинчина.   |                                 | 8            |              | 12                     | 20    |
|              | Итого:   |                                 | 20           |              | 52                     | 72    |

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе освоения дисциплины студенты должны посещать практические занятия и сдать зачет.

Указания для освоения практического материала и сдачи зачета:

1. Обязательное посещение практических занятий по дисциплине с конспектированием излагаемого преподавателем материала в соответствии с расписанием занятий.

2. Получение в библиотеке рекомендованной учебной литературы и электронное копирование рабочей программы с методическими рекомендациями.

3. Копирование (электронное) перечня вопросов к зачёту по дисциплине, а также списка рекомендованной литературы из рабочей программы дисциплины.

4. При подготовке к практическим занятиям по дисциплине необходимо изучить рекомендованный преподавателем материал, иметь при себе конспекты соответствующих тем и необходимый справочный материал.

5. Рекомендуется следовать советам преподавателя, связанным с освоением предлагаемого материала, провести самостоятельный Интернет - поиск информации (видеофайлов, файлов-презентаций, файлов с учебными пособиями) по ключевым словам курса и ознакомиться с найденной информацией при подготовке к зачёту по дисциплине.

В течение семестра осуществляется контроль посещаемости и выполнения всех видов самостоятельной работы. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому занятию.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

| № п/п | Источник  |
|-------|---|
| 1     | <u>Люстерник, Л. А.</u> Краткий курс функционального анализа [Текст] : .— Москва : Лань, 2009 .— 272 с  |
| 2     | <u>Гуревич, Александр Петрович.</u> Сборник задач по функциональному анализу / А. П. Гуревич, В. В. Корнев, А. П. Хромов .— Москва : Лань, 2012 .— 192 с. : ил. — Допущено УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальностям 010101 — «Математика», 010901 — «Механика» и по направлению 010200 — «Математика. Прикладная математика. |

**б) дополнительная литература:**

| № п/п | Источник   |
|-------|--|
| 3     | <u>Кашин, Борис Сергеевич.</u> Ортогональные ряды / Б.С. Кашин, А.А. Саакян .— М. : Наука : Физматлит, 1984 .— 495 с.  |
| 4     | <u>Стейн, И.</u> Введение в гармонический анализ на евклидовых пространствах / И. Стейн, Г. Вейс ; пер. с англ. В.В. Жаринова под ред. Е.Д. Соломенцева и С.Б. Стечкина .— М. : Мир, 1974 .— 333 с. — Библиогр.: с.320-327 .— Предм. указ.: с.328-329. |
| 5     | <u>Канторович, Леонид Витальевич.</u> Функциональный анализ / Л.В. Канторович, Г.П. Акимов .— 2-е изд., перераб. — М. : Наука, 1977 .— 741 с.  |
| 6     | <u>Серебренников, М.Г.</u> Гармонический анализ / М.Г. Серебренников .— М.-Л. : ОГИЗ Гостехиздат, 1948 .— 504 с. : ил.   |

**в) информационные электронно-образовательные ресурсы:**

| № п/п | Источник  |
|-------|---|
| 7     | ЭБС «Лань» : <a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>  |
| 8     | Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. — ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http // www.lib.vsu.ru/</a> ) |
| 9     | Google, Yandex, Rambler   |

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

Основными направлениями управляемой самостоятельной работы в овладении знаниями учебной дисциплины «Современный гармонический анализ и его приложения» являются:

- первоначально подробное ознакомление с программой учебной дисциплины;
- ознакомление со списком рекомендуемой литературы по дисциплине в целом и ее разделам, наличие ее в библиотеке и других доступных источниках, изучение необходимой литературы по теме, подбор дополнительной литературы;
- изучение и расширение теоретического материала преподавателя на основе специальной литературы, консультаций;
- подготовка к зачету.

Тем самым, предполагается постепенное превращение обучения в самообучение, когда магистрант должен получать знания главным образом за счет креативной самостоятельной работы, самостоятельно осуществляя поиск необходимой информации и созидательно прорабатывая ее с тем, чтобы произвести необходимые умозаключения и получить результаты. В этом случае, выполняя учебные задачи, магистранты самостоятельно приобретают новые знания, навыки и умения (в частности, умение анализировать и принимать решения в нестандартных ситуациях), что очень важно для эффективной будущей профессиональной деятельности.

Самостоятельная работа для магистрантов важнейшая часть учебного процесса. Решение задач по подготовке квалифицированного работника соответствующего уровня и профиля, способного к эффективной работе по специальности на уровне мировых стандартов, невозможно без наличия навыков самостоятельной работы магистрантов.

Цель самостоятельной работы магистрантов:

- углубление фундаментальных и профессиональных знаний, умений и навыков в соответствии с профилем деятельности;
- сознательно и самостоятельно осуществлять работу с учебным и научным материалом;
- совершенствование опыта исследовательской и созидательной деятельности;
- совершенствование навыков творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального формата;
- укрепление навыков самоорганизации и самовоспитания для получения навыков перманентного повышения профессионализма.

Для достижения целей самостоятельной работы магистрантов необходимо решение следующих задач:

- развитие творческого мышления;
- овладение основными методами исследовательской работы;
- приобретение магистрантами через самостоятельную деятельность собственного опыта и профессиональных навыков.
- углубление, расширение, систематизация и закрепление полученных знаний и умений;
- выработка навыка использования и анализа базы источников и специальной литературы;
- формирование исследовательских навыков и умений;
- овладение способностью использовать собранную в ходе самостоятельной работы информацию в учебных целях.

В течение семестра студенты на практических занятиях решают индивидуальные задания, соответствующего варианта. Результаты самостоятельных работ излагаются во время зачета.

| № п/п | Источник  |
|-------|---|
| 1.    | <b><u>Секефальви-Надь, Б.</u></b> Гармонический анализ операторов в гильбертовом пространстве / Б. Секефальви-Надь, Ч. Фояш ; Пер. с фр. Ю.Л. Шмутьяна; Под ред. Ю.П. Гинсбурга; С предисл. М.Г. Крейна .— М. : Мир, 1970 .— 431 с. : ил. |
|       |   |

## **17. Образовательные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение)**

Все практические занятия реализуются в активной и интерактивной формах, используются такие виды учебной работы, как индивидуальные задания, поисковая исследовательская работа. Осуществляется интерактивная связь с преподавателем через сеть интернет, проводятся индивидуальные онлайн консультации. Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6404>).

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft Windows 10 Enterprise, LibreOffice 5 (*Writer (текстовый процессор), Math (редактор формул)*), браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

## **18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации: специализированная мебель.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

| № п/п  | Наименование раздела дисциплины (модуля)   | Компетенция | Индикатор(ы) достижения компетенции | Оценочные средства |
|--|--|-------------|-------------------------------------|--------------------|
| 1.   | Пространства функций и последовательностей. Системы функций. Базисы. Система Радемахера. | ОПК-1       | ОПК-1.1; ОПК-1.2; ОПК-1.3           | Устный опрос       |
| 2.   | Ряды Хаара. Неравенство Хинчина.   | ОПК-1       | ОПК-1.1; ОПК-1.2; ОПК-1.3           | Устный опрос       |
| Промежуточная аттестация<br>форма контроля - зачет |  |             |                                     | Вопросы к зачету   |

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

Задания текущего контроля и промежуточной аттестации должны направлены на оценивание уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности; степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и практически значимую информацию; приобретение умений профессионально значимых для профессиональной деятельности.

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях. К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос.

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Примерный перечень вопросов при устном опросе.

1. Пространства и виды сходимости,
2. Сепарабельность, подпространства
3. Полнота, биортогональность, коэффициенты Фурье.
4. Безусловные базисы, базисы в различных пространствах.
5. Функция Пэли.
6. Свойства независимых систем, система Радемахера.
7. Неравенство Хинчина.
8. Доказательство, дополняемости в  $L_p$  подпространства, порожденного системой Радемахера с помощью ортогонального проектора.
9. Доказательство неограниченности ортогонального проектора в пространстве.
10. Доказательство аналога неравенства Хинчина в пространствах Орлича.
11. Основные свойства системы Хаара.
12. Ядро Дирихле системы Хаара.
13. Сходимость рядов Хаара в пространстве
14. Основные свойства модулей непрерывности функций.
15. Двухсторонняя оценка скорости сходимости рядов Хаара через модуль непрерывности функции.



## Примеры ответов при устном опросе:

### 1. Базисы.

1) Ортогональная система (О. с.) векторов - множество  $\{x_\alpha\}$  ненулевых векторов евклидова (гильбертова) пространства со скалярным произведением  $(\cdot, \cdot)$  такое, что  $(x_\alpha, x_\beta) = 0$  при  $\alpha \neq \beta$  (ортогональность) и  $(x_\alpha, x_\alpha) = 1$  (нормируемость).

2) О. с. ф у н к ц и и - система  $\{\varphi_i(x)\}$  функций пространства  $L^2(X, S, \mu)$ , являющаяся одновременно ортогональной и нормированной в  $L^2(X, S, \mu)$ , то есть

$$\int_X \varphi_i(x) \overline{\varphi_j(x)} d\mu = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq j, \\ 1 & \text{при } i = j \end{cases}$$

В математической литературе часто термин "ортогональная система" означает "ортонормированная система". При исследовании данной ортогональной системы ее нормированность не играет существенной роли. Тем не менее нормированность систем дает возможность более ясной формулировки некоторых теорем о сходимости рядов

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k \varphi_k(x)$$

в терминах поведения коэффициентов  $\{c_k\}$ . Такой теоремой является, например, [теорема](#) Рисса - Фигаера: [ряд](#)

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k \varphi_k(x)$$

по ортонормированной в  $L^2[a, b]$  системе  $\{\varphi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$

сходится в метрике пространства  $L^2[a, b]$  тогда и только тогда, когда

$$\sum_{k=1}^{\infty} |c_k|^2 < \infty$$

2. Модуль непрерывности - одна из основных характеристик непрерывных функций.

Модуль непрерывности непрерывной на отрезке функции  $f(x)$  определяется как

$$\omega(\delta, f) = \max_{|h| \leq \delta} \max_x |f(x+h) - f(x)|.$$

Определение модуля непрерывности введено А. Лебегом (A. Lebesgue) в 1910, хотя по существу понятие было известно и ранее.

Если модуль непрерывности функции  $f(x)$  удовлетворяет условию

$$\omega(\delta, f) \leq M \delta^\alpha,$$

где  $0 < \alpha \leq 1$ , то говорят, что функция  $f(x)$  удовлетворяет условию Липшица порядка  $\alpha$ . Для того чтобы неотрицательная функция  $\omega(\delta)$  была модулем непрерывности

некоторой непрерывной функции, необходимо и достаточно, чтобы она обладала следующими свойствами:

$\omega(0)=0$ ,  $\omega(\delta)$  не убывает,  $\omega(\delta)$  непрерывна. Рассматриваются также модуль непрерывности высших порядков

$$\omega_k(\delta, f) = \max_{|h| \leq \delta} \max_x |\Delta_h^k f(x)|,$$

где

$$\Delta_h^k f(x) = \sum_{i=0}^k (-1)^{k-i} C_k^i f(x+ih)$$

- конечная разность  $k$ -го порядка функции  $f(x)$ , и модуль непрерывности в произвольных пространствах функций, например, интегральный модуль непрерывности функции  $f(x)$ , интегрируемой на отрезке  $[a, b]$  со степенью  $p \geq 1$

$$\omega^{(p)}(\delta, f) = \sup_{0 < h \leq \delta} \left\{ \int_a^{b-h} |f(x+h) - f(x)|^p dx \right\}^{1/p}. (*)$$

Для  $2\pi$ -периодической функции интеграл в выражении (\*) берется по отрезку  $[0, 2\pi]$ .

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено».

В ходе текущего контроля успеваемости используются следующие **показатели**:

- 1) знание основных понятий и методов;
- 2) знание имеющихся ресурсов для решения практических задач;
- 3) умение использовать стандартные методы для решения типовых задач.
- 4) способность иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований,

#### **Шкала оценивания:**

Зачтено: выполнение заданий и ответы в ходе опроса соответствуют перечисленным показателям, обучающийся дает ответы на дополнительные вопросы, может быть не совсем полные. Демонстрирует умение решать задачи, возможно с некоторыми ошибками.

Незачтено: ответы в ходе опроса не соответствуют ни одному из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует фрагментарные знания и умения или их отсутствие

## **20.2 Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Примерный перечень вопросов для зачета

1. Независимые функции, система Радемахера.
2. Неравенство Хинчина 1
3. Неравенство Хинчина 2.

4. Дополняемость подпространства Радемахера в  $L_p$ .
5. Сходимость рядов Радемахера.
6. Диадические интервалы, система Хаара.
7. Ядро Дирихле системы Хаара.
8. Сходимость рядов Хаара в  $C$ .
9. Модуль непрерывности.
10. Независимые функции, система Радемахера.
11. Неравенство Хинчина 1
12. Неравенство Хинчина 2.
13. Дополняемость подпространства Радемахера в  $L_p$ .
14. Сходимость рядов Радемахера.
15. Диадические интервалы, система Хаара.
16. Ядро Дирихле системы Хаара.
17. Сходимость рядов Хаара в  $C$ .
18. Модуль непрерывности.

### Описание технологии проведения

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины и проводится в форме зачета.

Промежуточная аттестация, как правило, проводится в конце семестра. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях даже формирование определенных компетенций. Промежуточная аттестация включает в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний.

На зачете оценивается практический уровень освоения дисциплины и степень сформированности компетенций оценками «зачет» и «не зачет».

### Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом;
- 2) умение связывать теорию с практикой;
- 3) умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований;
- 4) умение применять полученные знания на практике;
- 5) применять теоретические знания для решения практических задач.

| Критерии оценивания компетенций   | Уровень сформированности компетенций | Шкала оценок   |
|---|--------------------------------------|----------------|
| Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач | <i>Повышенный уровень</i>            | <i>зачет</i>   |
| Обучающийся владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), допускает незначительные ошибки при ответе.   | <i>Базовый уровень</i>               | <i>зачет</i>   |
| Обучающийся владеет частично теоретическими основами дисциплины, фрагментарно способен дать ответ.  | <i>Пороговый уровень</i>             | <i>зачет</i>   |
| Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.  | –                                    | <i>Незачет</i> |

### 20.3. Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

№1 Пространство  $L_p$  сепарабельно для всех

1)  $p \in [1, \infty]$

**2)  $p \in [1, \infty)$**

3)  $p \in [1, 2]$

Ответ: 2)

№2 Система Хаара

1) полна

**2) не полна**

3) неограниченна

Ответ: 2)

№3 Ряд по системе Радемахера  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} r_n(t)$

1) сходится везде на  $[0, 1]$

2) сходится почти везде

**3) расходится почти везде**

Ответ: 3)

№4 Ряд по системе Радемахера  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} r_n(t)$

1) сходится к непрерывной функции

**2) сходится почти везде**

3) расходится почти везде

Ответ: 2)

№5 Подпространство Радемахера недополняемо в

**1)  $L_1$**

2)  $L_2$

3)  $L_3$

Ответ: 1)

№6 Ядра Дирихле системы Хаара

1) положительные

**2) неотрицательные**

3) знакопеременные

Ответ: 2)

№7 Ряд Фурье по системе Хаара функции  $x(t) = t^2$

**1) сходится к этой функции равномерно**

2) расходится в рациональных точках

3) расходится в иррациональных точках

№8 Модуль непрерывности есть функция...

Ответ: **возрастающая**

№9 Коэффициенты Фурье-Хаара функции  $x(t) = t^{10}$

Ответ: **неотрицательны**

№10 Коэффициенты Фурье по системе Хаара функции  $x(t) = \ln \frac{1}{t}$  стремятся к

Ответ: **0**

№11 Произведение  $\int_0^1 r_1^{m_1}(t) \dots r_n^{m_n}(t)$  при  $m_1, \dots, m_n$  - четных равно

Ответ: **1**

№12 Произведение  $\int_0^1 r_1^{m_1}(t) \dots r_n^{m_n}(t)$  при любых  $m_1, \dots, m_n$ , кроме четных, равно

Ответ: **0**

№13 Любые два диадических интервала либо не пересекаются, либо...

Ответ: **один содержит второй**

№14 Система функций Хаара линейно

Ответ: **независима**

№15 Неравенство  $\left\| \sum_{k=1}^n a_k r_k \right\|_{L_p} \leq C_p \left( \sum_{k=1}^n a_k^2 \right)^{1/2}$ ,  $1 \leq p < \infty$  называется неравенством...

Ответ: **Хинчина**.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

1) Тестовые задания.

- Задания закрытого типа – средний уровень сложности (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

- Задания закрытого типа - средний уровень сложности (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- За каждый верный ответ ставится 1 балл, при этом за каждый неверный ответ вычитается 1 балл;
- 0 баллов — не выбрано ни одного верного ответа.

- Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- За каждое верное сопоставление ставится количество баллов, равное максимальному (2 балла), деленному на количество предлагаемых в вопросе сопоставлений;
- 0 баллов – ни одно сопоставление не выбрано верно.

- Задания открытого типа (короткий ответ):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

## 2) Расчетные задачи ситуационные, практико-ориентированные задачи

- 5 баллов – выполнено верно (получен правильный ответ, обоснован (аргументирован) ход выполнения (при необходимости));
  - 2 балла – выполнение задания содержит незначительные ошибки, но приведен правильный ход рассуждений, или получен верный ответ, но отсутствует обоснование хода его выполнения (если оно было необходимым), или выполнено не полностью, но получены промежуточные (частичные) результаты, отражающие правильность хода выполнения задания, или, в случае если состоит из выполнения нескольких подзаданий, 50% которых выполнено верно;
  - 0 баллов – не выполнено или выполнено неверно (ход выполнения ошибочен или содержит грубые ошибки, значительно влияющие на дальнейшее его изучение).
- Повышенный уровень сложности:
- 10 баллов – задача решена верно (получен правильный ответ, обоснован (аргументирован) ход решения);
  - 5 баллов – решение задачи содержит незначительные ошибки, но приведен правильный ход рассуждений, или получен верный ответ, но отсутствует обоснование хода ее решения, или задача решена не полностью, но получены промежуточные результаты, отражающие правильность хода решения задачи;
  - 0 баллов – задача не решена или решение неверно (ход решения ошибочен или содержит грубые ошибки, значительно влияющие на дальнейшее изучение задачи).